

בעיות שהוצגו בשיעור: המספר e ונגזרת הפונקציה המעריכית
מתוך הספר "ללמוד וללמד אנליזה"

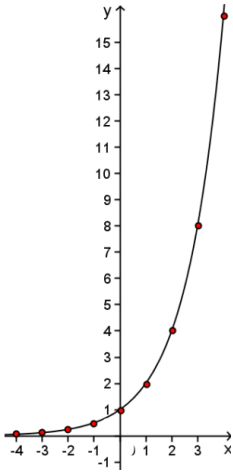
חלק א : היכרות עם המספר e

פעילות 4: הצעה נדיבה לחיסכון

תורם נדיב החליט להשקיע בחינוך לחיסכון של צעירי ישראל, והבטיח תמיכה נדיבה לבנקים שישתפו אתו פעולה. הוא החליט להעניק לכל בוגר בית הפר תיכון מענק של 1000 ₪, ולעודד אותו לחסוך את הכסף במשך שנה אחת, באחד מן הבנקים המשתתפים במבצע. כל בנק ניסה למשוך אליו כמה שיותר תלמידים, בתקווה שימשיכו להשקיע את כספם באותו הבנק גם בחייהם הבוגרים.
לפניכם הצעות משלושה בנקים:

- א. **בנק השפע:** הפקידו אצלנו 1000 שקלים למשך שנה ותקבלו בסוף השנה 2000 שקלים.
- ב. **בנק הצמיחה:** אצלנו תוכלו להפקיד את הכסף לתקופות של חצי שנה. לאחר חצי שנה תקבלו את הסכום שהפקדתם בתוספת ריבית של 505%. אם תרצו תוכלו להפקיד את הכסף לחצי שנה נוספת באותם התנאים.
- ג. **בנק הצלחה:** אצלנו אפשר להפקיד את הכסף לתקופות של 3 חודשים בריבית של 25% ל- 3 חודשים. ניתן להפקיד את הכסף לתקופות נוספות של 3 חודשים במשך כל שנות המבצע.

1. ענו מבלי לחשב: בהצעה של איזה משלושת הבנקים הייתם בוחרים, לו רציתם להשאיר את הכסף בבנק למשך כל שנת המבצע?
2. חשבו כמה כסף יהיה בידי תלמיד שיפקיד את המענק למשך שנה שלמה, בכל אחד מן הבנקים.
3. נסו להעריך, מבלי לחשב: אם בנק יחליט על ריבית של $\frac{1}{365}$ מהסכום עבור כל יום – כמה יצטרך לשלם בסוף השנה?
4. ואם הבנק יחליט לחשב באופן דומה את הריבית כל שעה? כל דקה?



איור 10

חלק ב: חשיפת דמיון בין פונקציה מעריכית לנגזרת שלה

לפניכם הפונקציה המעריכית $y = 2^x$

1. ערכו רשימת תכונות של גרף הפונקציה. נסו להסביר את התכונות לא רק באמצעות הגרף המשורטט, אלא גם על סמך שיקולים נוספים.
2. על בסיס הגדרת הנגזרת כשיפוע של פונקציה, לכל אחת מהתכונות של הפונקציה מהרשימה שערכתם בסעיף 1, רשמו, **אם אפשר**, תכונה של הנגזרת שאפשר להסיק מתכונת הפונקציה על-ידי ההתבוננות בגרף הפונקציה.
3. אם יש ברשמיתכם תכונות של הפונקציה המקורית של א ניתן להסיק מהן תכונות של הפונקציה הנגזרת, ציינו אותן, והסבירו מדוע לא ניתן להסיק מהן תכונות של הנגזרת.
4. האם לדעתכם התכונות של הפונקציה ושל הנגזרת אותן רשמתם מתאימות גם לפונקציה $y=3^x$?
5. האם לדעתכם הפונקציה הנגזרת של הפונקציה $y=3^x$ זהה לפונקציה הנגזרת של $y=2^x$ (בחקו את התשובה המתאימה ונמקו: כן/לא/אין לי דרך לדעת).
6. בוודאי שמתם לב שלפונקציה המקורית $y=2^x$ ולפונקציה הנגזרת שלה יש תכונות משותפות רבות. האם לדעתכם הפונקציה ונגזרתה מתלכדות?

גרף הפונקציה המעריכית לעומת גרף הנגזרת שלה

